1.1. Skup prirodnih, cijelih i racionalnih brojeva

Broj sati: 2

*Udžbenik: stranice 8. – 15.*

**Odgojno – obrazovni ishod**

A.8.3. Prepoznaje odnose među skupovima N, Z, Q, I i R te raspravlja o pripadnosti rješenja jednadžbe

skupu brojeva.

**Međupredmetne teme**

uku A.3.2. Primjena strategija učenja i rješavanje problema

uku A.3.4. Učenik kritički promišlja i vrednuje ideje uz podršku učitelja.

uku B.3.3. Učenik regulira svoje učenje mijenjanjem plana ili pristupa učenju, samostalno ili uz poticaj učitelja.

uku B.3.4. Učenik samovrednuje proces učenja i svoje rezultate, procjenjuje ostvareni napredak te na temelju toga planira buduće učenje.

osr A.3.1. Razvija sliku o sebi.

osr A.3.3. Razvija osobne potencijale.

osr B.3.2. Razvija komunikacijske kompetencije i uvažavajuće odnose s drugima

osr B.3.4. Suradnički uči i radi u timu.

ikt A.3.2. Učenik se samostalno koristi raznim uređajima i programima.

**Tijek nastavnih sati**

* **Skup prirodnih, cijelih i racionalnih brojeva**

**Aktivnost 1 – Ponovimo**

Učenici su do sada upoznali nekoliko skupova brojeva, računske radnje s tim brojevima, svojstva tih skupova brojeva i prikazivanje tih brojeva na brojevnom pravcu.

To su: skup prirodnih brojeva (**N)**, skup prirodnih brojeva zajedno s brojem 0 (**N0**), skup cijelih brojeva (**Z**) i skup racionalnih brojeva (**Q**).

Učenici rješavaju nastavni listić (*Prilog 1*). Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje) te prikuplja informacije o prethodnim znanjima učenika i miskoncepcijama učenika o spomenutim skupovima brojeva (vrednovanje za učenje).

**Skup prirodnih brojeva:** **N** = {1, 2, 3, ...}

**Skup prirodnih brojeva zajedno s brojem 0:** **N0** = {0, 1, 2, 3, ...}

**Skup cijelih brojeva:Z** = {..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...}

**Skup racionalnih brojeva:** 

**Aktivnost 2 – Odnos između skupa prirodnih i cijelih brojeva**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 1.* učitelj pokazuje u kakvom su odnosu skupa prirodnih i cijelih brojeva.

Elementi skupa prirodnih brojeva **N**, ujedno su i elementi skupa cijelih brojeva **Z**.

To zapisujemo ovako: **N ⊆ Z** i čitamo: **skup N je podskup skupa Z**.

Skup cijelih brojeva **Z** sadrži sve elemente skupa prirodnih brojeva **N**, te nulu i negativne cijele brojeve pa onda kažemo da je **skup N pravi podskup skupa Z** i to zapisujemo ovako: **N ⊂ Z** .

Prikaz skupa prirodnih brojeva **N** i skup cijelih brojeva **Z** Vennovim dijagramom:

–8

N

**Z**

2

5

1

10

705

–3

–11

–95

Vrijedi i: **N** ∪ **Z = Z** i **N** ∩ **Z = N** .

**Aktivnost 3 – Odnos između skupa cijelih brojeva i skupa racionalnih brojeva**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 2.* učitelj pokazuje u kakvom su odnosu skupa cijelih i racionalnih brojeva.

Elementi skupa cijelih brojeva **Z**, ujedno su i elementi skupa racionalnih brojeva **Q**.

To zapisujemo ovako: **Z ⊆ Q** i čitamo: **skup Z je podskup skupa Q**.

Skup racionalnih brojeva **Q** sadrži sve elemente skupa cijelih brojeva **Z**, te još npr. brojeve  pa onda kažemo da je **skup Z pravi podskup skupa Q** i to zapisujemo ovako: **Z ⊂ Q** .

Prikaz skupa prirodnih brojeva **Z** i skup cijelih brojeva **Q** Vennovim dijagramom:

–8

**Z**

**Q**

–3

–11

–95

Vrijedi i: **Z** ∪ **Q = Q** i **Z** ∩ **Q = Z** .

**Aktivnost 4 – Odnos između skupova N, N0, Z i Q**

Uz razgovor s učenicima putem slajda 1 prezentacije (e-sfera: Realni brojevi -> Skup prirodnih, cijelih i racionalnih brojeva -> e-Matematika -> Skupovi brojeva)učitelj pokazuje međusobni odnos skupova **N, N0, Z** i **Q** .

N

**Z**

**Q**

N0

2

5

1

10

705

0

–3

–11

–95

Za navedene skupove vrijedi: **N ⊂ N0 ⊂ Z ⊂ Q** .

**Aktivnost 4 – Uvježbavanje**

Učenici rješavaju zadatke s Nastavnog listića te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

Listići za vrednovanje kao učenje: Pr.1.

Listići za vrednovanje za učenje: Pr.1. i Listići za vrednovanje za učenje\_općenito: Pr.1. – Pr.5.

**Primjeri vrednovanja**

* Vrednovanje kao učenje:
* Aktivnosti 1, 4– samovrednovanje ispravnosti rješavanja zadataka
* Aktivnost 4 – listići za vrednovanje kao učenje
* Vrednovanje za učenje:
  + Aktivnost 1– prikupljanje informacija o prethodnim znanjima
  + Aktivnost 4– listići za vrednovanje za učenje

**Aktivnosti koje obuhvaćaju prilagodbu za učenike s teškoćama**

* T. Djaković, L. Havranek Bijuković, Lj. Peretin, K. Vučić: Matematika 8 – udžbenik za pomoć u učenju matematike –

**Aktivnosti za motiviranje i rad s darovitim učenicima**

* Z. Martinec: Matematika 8 plus – zbirka zadataka za dodatnu nastavu matematike –
* M.Muštra: Dodatna nastava matematike za 8.razred –

**Domaća zadaća**

* Prilozi pripremi – *Prilog 2*
* **Vrste decimalnog zapisa racionalnih brojeva (PROŠIRENI SADRŽAJ)**

**Aktivnost 1 – Ponavljanje u paru**

Učitelj prikuplja informacije o prethodnim znanjima učenika i miskoncepcijama učenika o skupovima brojeva (vrednovanje za učenje).

Učenici u paru u bilježnicu odgovaraju na pitanja iz rubrike Jeste li razumjeli?

* Objasnite je li skup prirodnih brojeva sadržan u skupu cijelih brojeva.
* Objasnite jesu li skup prirodnih brojeva i skup cijelih brojeva sadržani u skupu

racionalnih brojeva.

* Je li skup prirodnih brojeva sadržan u skupu racionalnih brojeva? Objasnite.
* Napišite tri razlomka koja pripadaju skupu Z. Obrazložite.

Zatim kroz razgovor argumentiraju objašnjenje u paru. Učitelj moderira raspravu (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 2 – Prividni razlomci kao decimalni brojevi**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 3.* učitelj pokazuje decimalni zapis prividnog razlomka.

Učenici rješavaju zadatak 2. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 3 – Istraživanje: Kako nastaje konačan decimalni broj?**

Učitelj učenicima dijeli listić (*Prilog 3*) i daje upute za istraživanje ili učenici koriste udžbenik (str.11), a rezultate zapisuju u bilježnicu.

Do kraja skraćen razlomak može se zapisati kao **konačan decimalan broj** ako rastav njegova nazivnika na proste faktore sadrži isključivo faktore 2 i 5 (ili samo jednog od njih).

Učenici rješavaju zadatak 3. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 4 – Razlomci kao čisto periodični decimalni brojevi**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 4.* učitelj pokazuje kako pri dijeljenju brojnika nazivnikom možemo dobiti decimalan broj koji ima beskonačno mnogo decimala pri čemu se uzastopno (periodično) ponavlja jedna znamenka ili skupina više znamenki.

Jednu znamenku ili skupinu znamenki koja se uzastopno ponavlja nazivamo **period**.

Beskonačne decimalne brojeve kojima period počinje neposredno iza decimalne točke nazivamo **čisto periodični decimalni brojevi**.

Do kraja skraćen razlomak može se zapisati kao čisto periodični decimalni broj ako rastav njegova nazivnika na proste faktore ne sadrži ni faktor 2, ni faktor 5.

Učenici rješavaju zadatak 4. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 5 – Razlomci kao mješovito periodični decimalni brojevi**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 5.* učitelj pokazuje kako pri dijeljenju brojnika nazivnikom možemo dobiti decimalan broj koji ima beskonačno mnogo decimala pri čemu se ispred perioda pojavljuje znamenka ili skupina znamenki koje nisu dio perioda.

**Pretperiod** je znameka ili skupina znamenki ispred perioda koje nisu dio perioda.

Beskonačne decimalne brojeve kojima period počinje nakon jedne ili više znamenki pretperioda nazivamo **mješovito periodični decimalni brojevi**.

Do kraja skraćen razlomak može se zapisati kao mješovito periodični decimalni broj ako rastav njegova nazivnika na proste faktore uz 2 i/ili 5 sadrži i druge brojeve.

Učenici rješavaju zadatak 5. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 6 – Decimalni brojevi kao razlomci**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 6.* učitelj pokazuje kako decimalne brojeve napisati u obliku razlomka.

Učenici rješavaju zadatak 6. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 7 – Kako se periodični decimalni broj zapisuje u obliku razlomka?**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 7.* učitelj pokazuje kako se periodični decimalni broj zapisuje u obliku razlomka.

Učenici rješavaju zadatak 7. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 8 – Uvježbavanje**

Učenici rješavaju zadatke na e-sferi: Realni brojevi -> Skup prirodnih, cijelih i racionalnih brojeva -> Matematika + -> provjera znanja Skup prirodnih, cijelih i racionalnih brojeva (kratki kviz) te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

Listići za vrednovanje kao učenje: Pr.2.

Listići za vrednovanje za učenje: Pr.2. i Listići za vrednovanje za učenje\_općenito: Pr.1. – Pr.5.

**Primjeri vrednovanja**

* Vrednovanje kao učenje:
* Aktivnosti 1 – 8 – samovrednovanje ispravnosti rješavanja zadataka
* e-sfera: Realni brojevi -> Skup prirodnih, cijelih i racionalnih brojeva -> Matematika + -> provjera znanja Skup prirodnih, cijelih i racionalnih brojeva (kratki kviz)
* Aktivnost 8 – listići za vrednovanje kao učenje
* Vrednovanje za učenje:
  + Aktivnost 1 – prikupljanje informacija o prethodnim znanjima
  + Aktivnost 8 – listići za vrednovanje za učenje

**Razrađeni problemski zadaci, zadaci za poticanje kritičkog razmišljanja, kreativnosti i/ili istraživački zadaci**

* Aktivnost 3 (*Prilog 3*)

**Aktivnosti za motiviranje i rad s darovitim učenicima**

* Dodatni zadatci: 18., 19.
* Z. Martinec: Matematika 8 plus – zbirka zadataka za dodatnu nastavu matematike –
* M.Muštra: Dodatna nastava matematike za 8.razred -

**Aktivnosti koje obuhvaćaju prilagodbu za učenike s teškoćama**

* T. Djaković, L. Havranek Bijuković, Lj. Peretin, K. Vučić: Matematika 8 – udžbenik za pomoć u učenju matematike –

**Domaća zadaća**

* Zadatci za vježbu: 8. – 16.
* e-sfera: Realni brojevi -> Skup prirodnih, cijelih i racionalnih brojeva -> Matematika + -> provjera znanja Skup prirodnih, cijelih i racionalnih brojeva (dugi kviz)

**Prilozi pripremi**

**Prilog 1: Nastavni listić – Skupovi N, N0, Z i Q**

Dopunite.

* Kako nazivamo brojeve kojima se koristimo pri brojanju i prebrojavanju neke količine?

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

* Slovom **N** označavamo skup \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ i zapisujemo

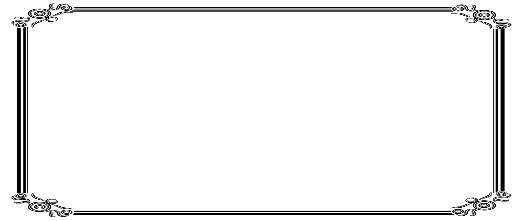
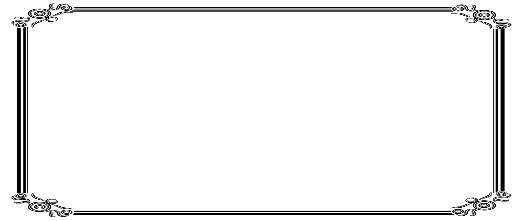
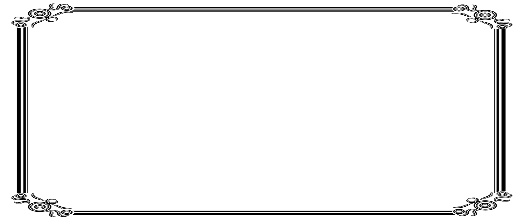
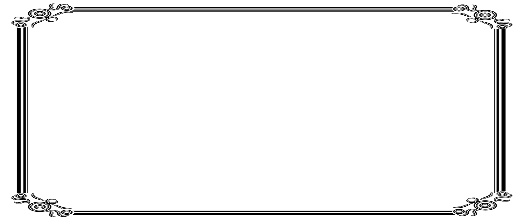
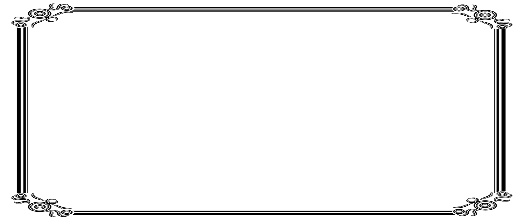
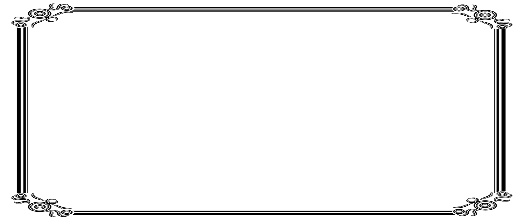
**N** = .

* Da broj 5 pripada skupu **N** kraće zapisujemo \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ .
* Pripada li broj 0 skupu **N** ? \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_
* Skup svih prirodnih brojeva zajedno s brojem 0 čini skup brojeva kojeg označavamo s **N0** i zapisujemo **N0** = .
* Zbrajanjem prirodnih broja dobivamo uvijek \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ , ali razlika dvaju prirodnih brojeva nije uvijek prirodni broj.
* Razlika brojeva 4 i 7 pripada skupu \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ kojeg označavamo slovom **Z** i zapisujemo **Z** = .
* Zbrajanjem cijelih broja dobivamo \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ . Oduzimanjem cijelih broja dobivamo \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ . Množenjem cijelih broja dobivamo \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ , ali količnik cijelih brojeva nije uvijek cijeli broj .
* Količnik brojeva –2 i 7 pripada skupu \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ kojeg označavamo slovom **Q** i zapisujemo **Q** = .

**Prilog 2: Nastavni listić – domaća zadaća**

Izračunajte vrijednost brojevnog izraza, a zatim obojite polje:

* žuto ako je rješenje u skupu **N**
* crveno ako je rješenje u skupu **Z**
* plavo ako je rješenje u skupu **Q**















**Prilog 3: Istraživanje – Kako nastaje konačan decimalni broj?**

* Napišite razlomke u obliku decimalnih brojeva:

* Jeste li dobili konačne decimalne brojeve? ­­­­­­­\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_
* Za svaki nazivnik odredite njegov rastav na proste faktore.

5 8 25 80

* Koji se prosti faktori pojavljuju u rastavu svih navedenih razlomaka? ­­­­­­­­\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_
* Napišite još dva razlomaka koji u nazivniku imaju broj čiji rastav sadržava istaknute brojeve.

Razlomke koje ste napisali zapišite u obliku decimalnog broja. Jeste li dobili konačne decimalne brojeve?

* Razlomke zapišite u decimalnom obliku. Koji se prosti faktori nalaze u rastavu tih nazivnika? Jeste li sada

dobili konačne decimalne brojeve? \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

* Izvedite zaključak! Kakav mora biti nazivnik neskrativog razlomka da bi njegov decimalni zapis bio konačan decimalan broj?­­­­ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_
* Ispitajte svoj zaključak na još nekoliko razlomaka.

**Primjeri listića za vrednovanje kao učenje, vrednovanje za učenje i vrednovanje naučenoga**

**Vrednovanje kao učenje**

**Primjer 1:** Zadaci za vršnjačko vrednovanje (Prilog A)

● Pitanja:

* Kako označavamo skup cijelih brojeva?
* Matematičkim simbolima zapišite: Broj –7 ne pripada skupu prirodnih brojeva.
* Napišite jedan racionalni broja koji je ujedno i cijeli broj.
* Vrijedi li tvrdnja **N** ∩ **Q = N** ?
* Kojem skupu pripada broj ?

♦ Pitanja:

* Kako označavamo skup racionalnih brojeva?
* Matematičkim simbolima zapišite: Broj –7 pripada skupu cijelih brojeva.
* Napišite jedan racionalni broja koji je ujedno i prirodni broj.
* Vrijedi li tvrdnja **N** ∩ **Z = Z** ?
* Kojem skupu pripada broj ?

**Primjer 2:** Zadaci za vršnjačko vrednovanje (Prilog A)

● Pitanja:

* Razlomak  napišite u decimalnom obliku.
* Razlomak  napišite u decimalnom obliku.
* Prema rastavu nazivnika na proste faktore odredi vrstu decimalnog zapisa razlomka .

♦ Pitanja:

* Razlomak  napišite u decimalnom obliku.
* Razlomak  napišite u decimalnom obliku.
* Prema rastavu nazivnika na proste faktore odredi vrstu decimalnog zapisa razlomka .

**Vrednovanje za učenje**

**Primjer 1:** Kviz (Prilog D)

Tvrdnje:

* **N** U **N0 = N0**
* **Z**
* **N⊂ Z**

Zadatci:

* Napišite jedan cijeli broja koji je ujedno i prirodni broj.
* Kojem skupu pripada broj ?

**Primjer 2:** Kviz (Prilog D)

Tvrdnje:

* Decimalni zapis razlomka  je konačan.
* Decimalni zapis razlomka  je mješovito periodični.
* Decimalni zapis razlomka  je čisto periodični.

Zadatci:

* Decimalni broj –3.7 napišite u obliku razlomka.
* Decimalni broj napišite u obliku razlomka

**Nastavni listići**

1. Dopunite tablicu.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **broj** | –8.2 |  | 11 | –9 |  | 0 |
| **skup kojem pripada broj** |  |  |  |  |  |  |

2. Izračunajte pa odgovorite kojem skupu pripada rješenje.

a) –12 : 6 + 5 + 6 : (1 – 3) = b) =

c) =

3. Ima li jednadžba  rješenje u skupu **Z** ?

**Rješenja nastavnog listića**

1.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **broj** | –8.2 |  | 11 | –9 |  | 0 |
| **skup kojem pripada broj** | **Q** | **Q** | **N** | **Z** | **Z** | **N0** |

2. a) 0  **N0**, b) 1 **N**, c) –4  **Z**

3. x = **Z**